

Ryan Bunge

Abstract

"Decompositions of Some Classes of Graphs Through Vertex Labelings"

This dissertation describes new and improved methodology useful for obtaining decompositions of infinitely-many graphs from a single labeling of the vertices. In the beginning there is a brief overview of some historical events and results in combinatorics that motivate the research that follows. After establishing some terminology and notation including the various graphs considered, we turn to the Rosa-type labelings from whence the author's research branches off. In the second chapter, definitions of the original Rosa-type labelings are presented and extended to simple graphs and multigraphs. Some of these extensions involve adding conditions that yield results for finding decompositions of infinite classes of graphs. Other extensions involve modifying the basics of the definition to get different types of decompositions. The third chapter is where we find many of the results that allow us to claim decompositions on infinite classes of graphs and multigraphs. the vertex-disjoint union of two or more simple graphs. a graph with cycle components where at most one of those cycles is of odd length. The fourth chapter introduces an innovative method for combining certain Rosa-type labelings to yield results on the vertex-disjoint union of two or more simple graphs, allowing us to settle a decomposition result on a certain cycle system. The fifth chapter is where we find a demonstration on how to view Rosa-type labelings on hypergraphs and how this can extend to further decomposition results. The final chapter collects many applications of the results that appeared earlier in the dissertation.

Ryan C. Bunge

Ryan Bunge

Streszczenie rozprawy doktorskiej

"Decompositions of Some Classes of Graphs Through Vertex Labelings"

("Dekompozycje wybranych klas grafów poprzez etykietowania wierzchołkowe")

Rozprawa przedstawia szereg nowych oraz zmodyfikowanych metod, opracowanych w celu konstruowania dekompozycji nieskończonych klas grafów z wykorzystaniem etykietowania wierzchołków. W krótkim wstępie zawarte zostały podstawowe fakty historyczne oraz te wyniki, które zainspirowały badania szczegółowo przedstawione w dalszej części rozprawy. Po wprowadzeniu podstawowej notacji i terminologii, omówione zostały etykietowania typu Rosy, które właściwie zainicjowały dalsze badania autora. W drugim rozdziale wspomniane etykietowania rozszerzone zostały na różnorodne rodziny grafów oraz multigrafów. Niektóre z tych rozszerzeń, po sprecyzowaniu dodatkowych warunków, stanowią narzędzie do konstruowania dekompozycji nieskończonych klas grafów. Kolejną klasą uogólnień są modyfikacje, których celem jest uzyskanie różnorodnych typów dekompozycji. Trzeci rozdział zawiera wiele wyników dotyczących istnienia dekompozycji nieskończonych klas grafów. W czwartym rozdziale wprowadzona została innowacyjna metoda połączenia pewnych rodzajów etykietowań typu Rosy w celu wykorzystania wierzchołkowo rozłącznych unii dwóch lub więcej grafów prostych do rozstrzygnięcia istnienia pewnych systemów cykli. W piątym rozdziale zademonstrowana została technika uogólnienia omówionych wcześniej poetykietowań na klasę hipergrafów i związanych z tym uogólnieniem dalszych dekompozycji. Ostatni rozdział zawiera zestawienie licznych zastosowań wyników przedstawionych we wcześniejszych rozdziałach rozprawy.

Ryan C. Bunge